Loi binomiale : calculs de probabilités

Terminale, mathématiques — Probabilités — durée conseillée : 55 min

Exoclair
exoclair.pages.dev

Nom : ..... Date : .....

L'essentiel à retenir

- On répète n fois, de façon **identique et indépendante**, une épreuve à deux issues (succès de probabilité p). Le nombre de succès X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(n ; p)$.
- $P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$ pour $k \in \{0, 1, \dots, n\}$.
- $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - (1-p)^n$.
- Espérance $E(X) = np$; variance $V(X) = np(1-p)$.

Exercice 1 — Reconnaître une loi binomiale

On lance 5 fois un dé équilibré à six faces et on compte le nombre de 6 obtenus. Justifie que X suit une loi binomiale et donne ses paramètres.

Exercice 2 — Coefficients binomiaux

Calcule : a) $\binom{5}{2}$ b) $\binom{6}{0}$ c) $\binom{4}{4}$ d) $\binom{7}{1}$

Exercice 3 — Calculer des probabilités

X suit la loi $\mathcal{B}(4 ; 0{,}3)$. Calcule $P(X = 2)$, $P(X = 0)$ et $P(X \geq 1)$. Arrondis à 10^{-4}.

Exercice 4 — Espérance et variance

Un QCM comporte 20 questions avec 4 réponses possibles dont une seule juste. Un élève répond au hasard à chaque question. On note X le nombre de bonnes réponses.

Donne la loi de X, son espérance et sa variance. Interprète l'espérance.

Exercice 5 — Combien de répétitions ?

Un joueur de basket marque un lancer franc avec une probabilité de 0,8. Les lancers sont supposés indépendants.

Combien de lancers doit-il tenter au minimum pour que la probabilité d'en rater au moins un dépasse 0,99 ?