Corrigé : Loi binomiale : calculs de probabilités

Exoclair
exoclair.pages.dev

Terminale, mathématiques — Probabilités

Corrigé 1 Reconnaître une loi binomiale

Chaque lancer est une épreuve de Bernoulli : succès « obtenir 6 », de probabilité $\frac{1}{6}$. Les 5 lancers sont identiques et indépendants.

X, le nombre de succès, suit la loi binomiale $\mathcal{B}(5;\frac{1}{6})$.

Corrigé 2 Coefficients binomiaux

a) $\binom{5}{2} = \dfrac{5\times 4}{2} = 10$ b) 1 c) 1 d) 7

Corrigé 3 Calculer des probabilités

$P(X=2) = \binom{4}{2}\times 0{,}3^2\times 0{,}7^2 = 6\times 0{,}09\times 0{,}49 = 0{,}2646.$

$P(X=0) = 0{,}7^4 = 0{,}2401.$

$P(X\geq 1) = 1 - 0{,}2401 = 0{,}7599.$

Corrigé 4 Espérance et variance

X suit $\mathcal{B}(20;0{,}25)$.

$E(X) = 20\times 0{,}25 = 5$; $V(X) = 20\times 0{,}25\times 0{,}75 = 3{,}75.$

En moyenne, en répondant au hasard, on obtient 5 bonnes réponses sur 20.

Corrigé 5 Combien de répétitions ?

Soit Y le nombre de lancers ratés sur n : Y suit $\mathcal{B}(n;0{,}2)$. $P(Y\geq 1) = 1 - 0{,}8^n$.

$1 - 0{,}8^n > 0{,}99 \iff 0{,}8^n < 0{,}01 \iff n\ln 0{,}8 < \ln 0{,}01 \iff n > \dfrac{\ln 0{,}01}{\ln 0{,}8}$ (on divise par $\ln 0{,}8 < 0$, le sens change).

$\dfrac{\ln 0{,}01}{\ln 0{,}8} \approx 20{,}6$, donc il faut **au moins 21 lancers**.

Vérification : $0{,}8^{20} \approx 0{,}0115$ et $0{,}8^{21} \approx 0{,}0092$.