La fonction logarithme népérien

Terminale, mathématiques — Fonction logarithme — durée conseillée : 60 min

Exoclair
exoclair-fr.org

Nom : ..... Date : .....

L'essentiel à retenir

- $\ln$ est définie sur $]0;+\infty[$; $\ln 1 = 0$, $\ln e = 1$, et $e^{\ln x} = x$ pour $x > 0$.
- Pour $a, b > 0$: $\ln(ab) = \ln a + \ln b$, $\ln \dfrac{a}{b} = \ln a - \ln b$, $\ln(a^n) = n \ln a$.
- $\ln$ est strictement croissante : $\ln a < \ln b \iff a < b$.
- $(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$ et $(\ln u)' = \dfrac{u'}{u}$ pour $u > 0$.

Exercice 1 — Simplifier

Écris en fonction de $\ln 2$ et $\ln 3$: a) $\ln 6$ b) $\ln 8$ c) $\ln \dfrac{9}{2}$

Exercice 2 — Équations

Résous : a) $\ln x = 2$ b) $e^x = 5$ c) $\ln(2x - 1) = \ln(x + 3)$

Exercice 3 — Inéquation

Résous $\ln(x - 2) \leq 0$.

Exercice 4 — Dériver

a) $f(x) = x \ln x$ sur $]0;+\infty[$ b) $g(x) = \ln(x^2 + 1)$ sur $\mathbb{R}$

Exercice 5 — Étude de fonction

Soit $f(x) = x - \ln x$ sur $]0;+\infty[$.

1) Calcule $f'(x)$ et étudie son signe.

2) Dresse le tableau de variations et donne le minimum de f.

3) En déduire que $\ln x < x$ pour tout $x > 0$.