Corrigé : Second degré : discriminant, racines et signe

Première, mathématiques — Second degré

Exoclair
exoclair.pages.dev

Corrigé 1 Calculer le discriminant

a) $\Delta = 25 - 24 = 1 > 0$. $x_1 = \dfrac{5-1}{2} = 2$ et $x_2 = \dfrac{5+1}{2} = 3$. $S = \{2; 3\}$.

b) $\Delta = 16 - 16 = 0$. Racine double $x_0 = -\dfrac{4}{8} = -\dfrac{1}{2}$. $S = \{-\dfrac{1}{2}\}$.

c) $\Delta = 1 - 24 = -23 < 0$. Pas de solution réelle : $S = \varnothing$.

Corrigé 2 Forme canonique

1) $x^2 - 6x = (x-3)^2 - 9$, donc $f(x) = (x-3)^2 - 9 + 5 = (x-3)^2 - 4$.

2) Le sommet est $S(3; -4)$. Comme $a = 1 > 0$, la parabole est tournée vers le haut : le minimum de f est -4, atteint en $x = 3$.

Corrigé 3 Factoriser

$\Delta = (-2)^2 - 4 \times 2 \times (-12) = 4 + 96 = 100$, $\sqrt{\Delta} = 10$.

$x_1 = \dfrac{2-10}{4} = -2$ et $x_2 = \dfrac{2+10}{4} = 3$.

$g(x) = 2(x+2)(x-3)$.

Corrigé 4 Inéquation du second degré

$\Delta = 1 + 24 = 25$. Racines : $x_1 = \dfrac{-1-5}{-2} = 3$ et $x_2 = \dfrac{-1+5}{-2} = -2$.

$a = -1 < 0$: le trinôme est négatif à l'extérieur des racines et positif entre elles.

$S = [-2; 3]$.

Corrigé 5 Problème : l'enclos

1) Les deux largeurs utilisent $2x$ mètres ; il reste $40 - 2x$ pour la longueur. Donc $A(x) = x(40 - 2x)$, avec $0 < x < 20$.

2) $A(x) = -2x^2 + 40x$. C'est un trinôme avec $a = -2 < 0$: le maximum est atteint en $x = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{40}{-4} = 10$.

$A(10) = 10 \times 20 = 200$. L'aire maximale est **200 m²**, pour un enclos de 10 m sur 20 m.