Dérivation : nombre dérivé, tangente et variations

Exoclair
exoclair.pages.dev

Première, mathématiques — Dérivation — durée conseillée : 55 min

Nom : ..... Date : .....

L'essentiel à retenir

- Le nombre dérivé $f'(a)$ est la limite, quand h tend vers 0, du taux de variation $\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$.
- Tangente en a : $y = f'(a)(x-a) + f(a)$.
- Dérivées usuelles : $(x^n)' = nx^{n-1}$; $\left(\dfrac{1}{x}\right)' = -\dfrac{1}{x^2}$; $(\sqrt{x})' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$; $(ku)' = ku'$; $(u+v)' = u'+v'$.
- Si $f' > 0$ sur un intervalle, f y est croissante ; si $f' < 0$, décroissante.

Exercice 1 — Taux de variation

Soit $f(x) = x^2$. Calcule le taux de variation de f entre 3 et $3+h$ ($h \neq 0$), puis déduis-en $f'(3)$.

Exercice 2 — Calculer des dérivées

a) $f(x) = 4x^3 - 2x + 7$ b) $g(x) = x^2 + \dfrac{3}{x}$ $(x \neq 0)$ c) $h(x) = 5\sqrt{x}$ $(x > 0)$

Exercice 3 — Équation de tangente

Soit $f(x) = x^2 - 4x + 1$. Détermine l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 3.

Exercice 4 — Tableau de variations

Étudie les variations de $f(x) = x^3 - 3x$ sur $\mathbb{R}$.

Exercice 5 — Problème : le coût de production

Une entreprise fabrique x objets par jour, avec $x \in [0; 50]$. Le bénéfice, en euros, est $B(x) = -2x^2 + 120x - 1\,000$.

1) Calcule $B'(x)$ et étudie son signe.

2) Combien d'objets faut-il fabriquer pour un bénéfice maximal ? Quel est ce bénéfice ?