Corrigé : Dérivation : nombre dérivé, tangente et variations

Première, mathématiques — Dérivation

Exoclair
exoclair.pages.dev

Corrigé 1 Taux de variation

$$\frac{f(3+h)-f(3)}{h} = \frac{9+6h+h^2-9}{h} = \frac{6h+h^2}{h} = 6+h.$$

Quand h tend vers 0, $6+h$ tend vers 6, donc $f'(3)=6$.

Corrigé 2 Calculer des dérivées

a) $f'(x) = 12x^2 - 2$

b) $g'(x) = 2x - \dfrac{3}{x^2}$

c) $h'(x) = \dfrac{5}{2\sqrt{x}}$

Corrigé 3 Équation de tangente

$f(3) = 9 - 12 + 1 = -2$ et $f'(x) = 2x - 4$, donc $f'(3) = 2$.

$y = 2(x-3) - 2$, soit $y = 2x - 8$.

Corrigé 4 Tableau de variations

$f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x-1)(x+1)$.

$f'(x)$ s'annule en -1 et 1 ; elle est positive à l'extérieur et négative entre les deux.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
f		croissante	2	décroissante	-2	croissante	

$f(-1) = -1 + 3 = 2$ (maximum local) et $f(1) = 1 - 3 = -2$ (minimum local).

Corrigé 5 Problème : le coût de production

1) $B'(x) = -4x + 120$. $B'(x) > 0 \iff x < 30$: B' est positive sur $[0;30[$, nulle en 30, négative sur $]30;50]$.

2) B est croissante puis décroissante : le maximum est atteint en $x = 30$.

$B(30) = -2 \times 900 + 3\,600 - 1\,000 = 800$. Il faut fabriquer **30 objets**, pour un bénéfice de **800 €**.